



Evaluation des Caractéristiques Mécaniques des Matériaux Composites en Fonction de la Température. Application au Composite Epoxyde+Verre (Evaluation of the mechanical characteristics of composite materials based on the Temperature. Application to Composite epoxy + glass)

Roger Pierre Lemanle Sanga¹, Guy Edgar Ntamack¹, Khalifa Mansouri², Tibi Beda¹, Saâd Charif D'Ouazzane³

¹Groupe de Mécanique et des Matériaux, GMM, Département de Physique, Faculté des Science, Université de Ngaoundéré B.P. 454 Ngaoundéré, Cameroun

²ENSET, Département Mathématique et Informatique, Université Hassan II Mohammedia-Casablanca. Bd Hassan II, Mohammedia, Morocco

³Laboratoire de Mécanique, Thermique et Matériaux, LMTM, Ecole Nationale de l'Industrie Minérale, ENIM, B.P. 753 Rabat, Morocco

Received 3 Jan 2013; Revised 2 Aug 2013, Accepted 13 Aug 2013

* Corresponding author: lemanlesanga@yahoo.fr – Tél: +237.96.01.79.76/71.89.98.08

Abstract

This work deals with the modeling of the thermal behavior of the composite materials. From a behavior law of the material in the linear isotropic elasticity, we have established a behavior thermal elastic law of an isotropic material. This law has permitted us to obtain a theoretical calculus model of the modulus of elasticity against the temperature. An application of this theoretical model on the glass and the epoxy has allowed us to evaluate the elasticity modulus of the composite material epoxy+glass through the mean method or the melting law. The comparison of the results obtained with our model with the experimental and the results of another models, has been made with good satisfaction.

Keywords: Composite materials, glass, epoxy, young's modulus, temperature.

Résumé

Ce travail concerne la modélisation du comportement thermique des matériaux composites. A partir de la loi de comportement des matériaux en élasticité linéaire isotrope, nous avons établi une loi de comportement thermo-élastique d'un matériau isotrope. Cette loi nous a permis d'obtenir un modèle théorique de calcul du module d'élasticité du matériau en fonction de la température. Une application de ce modèle théorique sur du verre et de l'époxy nous permet d'évaluer le module d'élasticité équivalent du composite époxyde+verre à l'aide de la méthode des moyennes ou loi des mélanges. La comparaison des résultats obtenus avec cette technique avec des résultats expérimentaux et des résultats obtenus à partir d'autres modèles a été réalisée avec une bonne satisfaction.

Mots clés : Matériaux composites, verre, époxyde, module d'Young, température.

Introduction

Dans des structures où intervient la variation de la température, il est important de maîtriser le comportement thermique [1] du matériau utilisé. En effet, la maîtrise de ce type de comportement pour un matériau permet d'aboutir à une bonne conception et surtout à une optimisation des structures lors de leur utilisation. Elle permet aussi de prédire l'atteinte ou non de la température critique du matériau [2]. L'objectif de ce travail est d'étudier la variation du module d'Young des matériaux composites en fonction de la température dans le domaine élastique. La loi de comportement thermomécanique des matériaux isotropes nous a permis, à partir de certaines hypothèses de calculer le module d'Young de deux matériaux en fonction de la température.

Ensuite, à l'aide des modèles d'homogénéisation de Voigt et de Reuss, nous avons déterminé le module d'Young équivalent du composite obtenu en fonction de la température et de la fraction volumique des inclusions.

1- Matériels et méthode

1-1 Modèles d'homogénéisation de Voigt et de Reuss

Nous rappelons ici, les relations fondamentales de calcul des coefficients élastiques équivalents à partir des modèles théoriques de Voigt et de Reuss.

On considère un matériau composite dont la matrice a les caractéristiques élastiques C^M et les renforts les caractéristiques C^I , avec les C^M différents de C^I . Notons V le volume total du milieu élastique, V_M le volume total de la matrice et V_I le volume total des renforts. Soit:

$$V = V_M + V_I$$

Si on applique au milieu une déformation d'ensemble E_{ij} à l'infini elle sera égale à la moyenne volumique des déformations locales au sein du composite :

$$E_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij}(\vec{r}) dv \quad (1)$$

Où : $\varepsilon_{ij}(\vec{r})$ est la déformation microscopique au point \vec{r} du composite.

De même, la contrainte d'ensemble Σ_{ij} résultant de l'action de E_{ij} est aussi la moyenne volumique des contraintes locales $\sigma_{ij}(\vec{r})$ au sein du composite :

$$\Sigma_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij}(\vec{r}) dv \quad (2)$$

Les coefficients homogénéisés sont ceux qui relient les moyennes Σ_{ij} et E_{ij} . On a :

$$\Sigma_{ij} = C_{ijkl}^e E_{kl} \quad (3)$$

Il est donc question d'explicitier cette expression.

Puisque le volume total est la somme de V_I et V_M , les intégrales sur V peuvent être décomposées en la somme des intégrales sur V_I et V_M . On définit ε_{ij}^M et σ_{ij}^M comme étant respectivement la déformation et la contrainte moyenne dans la matrice. Puis ε_{ij}^I et σ_{ij}^I comme étant respectivement la déformation et la contrainte moyenne dans les renforts. Les équations (1) et (2) deviennent donc :

$$E_{ij} = \frac{V_I}{V} \varepsilon_{ij}^I + \frac{V_M}{V} \varepsilon_{ij}^M \quad (4)$$

Et :

$$\Sigma_{ij} = \frac{V_I}{V} \sigma_{ij}^I + \frac{V_M}{V} \sigma_{ij}^M \quad (5)$$

Si on définit le rapport $f = \frac{V_I}{V}$ comme étant la fraction volumique des renforts dans la matrice les expressions précédentes deviennent :

$$E_{ij} = f \varepsilon_{ij}^I + (1-f) \varepsilon_{ij}^M \quad (6)$$

Et :

$$\Sigma_{ij} = f \sigma_{ij}^I + (1-f) \sigma_{ij}^M \quad (7)$$

On suppose qu'il existe un tenseur d'ordre 4 A^I appelé tenseur de localisation. Il relie la déformation moyenne dans les renforts à la déformation macroscopique E_{ij} . Il dépend de la microstructure et de l'hétérogénéité du composite. Il est défini par la relation:

$$\varepsilon_{ij}^I = A_{ijkl}^I E_{ij} \quad (8)$$

La loi de comportement ou loi de Hooke des renforts est donnée par la relation:

$$\sigma_{ij}^I = C_{ijkl}^I \varepsilon_{kl}^I \quad (9)$$

En tenant compte de (8), on a :

$$\sigma_{ij}^I = C_{ijkl}^I A_{klmn}^I E_{mn} \quad (10)$$

La loi de comportement appliquée à la matrice conduit à la relation suivante

$$\sigma_{ij}^M = C_{ijkl}^M \varepsilon_{kl}^M \quad (11)$$

Or à partir de (6) on a :

$$\varepsilon_{ij}^M = \frac{1}{(1-f)} \left(E_{ij} - f \varepsilon_{ij}^I \right) \quad (12)$$

En introduisant la relation (8) dite de localisation dans la relation précédente on obtient :

$$\varepsilon_{ij}^M = \frac{1}{(1-f)} \left(E_{ij} - f A_{ijmn}^I E_{mn} \right) \quad (13)$$

On introduit donc l'expression de ε_{ij}^M dans σ_{ij}^M et on obtient :

$$\sigma_{ij}^M = \frac{1}{(1-f)} C_{ijkl}^M \left(I_{klmn} - f A_{ijmn}^I \right) E_{mn} \quad (14)$$

Où I_{klmn} est le tenseur unité d'ordre 4.

Ainsi à partir des relations (7), (10) et (14) on déduit l'expression de Σ_{ij} , soit:

$$\Sigma_{ij} = \left\{ f C_{ijkl}^M A_{klmn}^I + C_{ijkl}^M \left(I_{klmn} - f A_{klmn}^I \right) \right\} E_{mn} \quad (15)$$

Cette expression peut être simplifiée et écrite de la manière suivante :

$$\Sigma_{ij} = \left\{ C_{ijmn}^M + f \left(C_{ijkl}^I - C_{ijkl}^M \right) A_{klmn}^I \right\} E_{mn} \quad (16)$$

En identifiant (16) à (3) on déduit l'expression de C_{ijkl}^e et on obtient :

$$C_{ijkl}^e = C_{ijmn}^M + f \left(C_{ijkl}^I - C_{ijkl}^M \right) A_{klmn}^I \quad (17)$$

On remarque que si on appliquait plutôt au milieu une contrainte macroscopique Σ_{ij} le développement précédant aboutirait à l'expression suivante :

$$S_{ijkl}^e = S_{ijmn}^M + f \left(S_{ijkl}^I - S_{ijkl}^M \right) B_{klmn}^I \quad (18)$$

Où le tenseur des compliances S_{ijkl}^e est l'inverse du tenseur des coefficients d'élasticité C_{ijkl}^e . Et B_{klmn}^I est le tenseur de localisation pour les contraintes :

$$\sigma_{ij}^I = B_{ijkl}^I \Sigma_{kl} \quad (19)$$

Dans l'expression (17), si on pose A_{ijkl}^I égal au tenseur unité, on obtient le modèle de Voigt [3]:

$$C_{Voigt}^e = C^M + f \left(C^I - C^M \right) \quad (20)$$

Dans l'expression (18), si on pose B_{ijkl}^I égal au tenseur unité, on obtient le modèle de Reuss [4]:

$$S_{Reuss}^e = S^M + f \left(S^I - S^M \right) \quad (21)$$

1-2 Détermination de la loi de comportement thermo-élastique d'un matériau

Soit un matériau isotrope unidirectionnel, soumis à des contraintes mécaniques et à un gradient thermique $\theta = \Delta T$. La contrainte totale σ subie par le matériau est la somme des contraintes thermique et mécanique. La loi de Hooke établie entre les contraintes mécaniques et les déformations élastiques donne la relation suivante [5] :

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \left(\sigma - \sigma^{thermique} \right) \quad (22)$$

Où la contrainte thermique est définie par la relation:

$$\sigma^{thermique} = E_0 \alpha \Delta T \quad (23)$$

Avec : $\Delta T = T - T_0$

Où E_0 est le module d'Young du matériau à la température T_0 et α est le coefficient de dilatation thermique du matériau.

Le comportement élastique, caractérisé par la réversibilité des déformations lors de la suppression des contraintes, ne se manifeste seul que pour des contraintes inférieures à une valeur limite, notée R_e qui est appelée limite d'élasticité [6], comme l'indique la figure suivante :

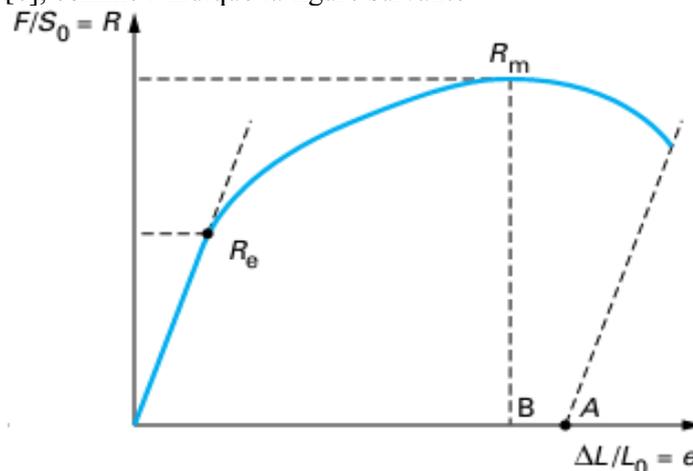


Figure 1 : La limite d'élasticité [7]

Au-delà de cette valeur limite, les déformations permanentes s'ajoutent aux déformations élastiques et/ou bien la rupture se produit. Sachant que le module d'élasticité est la pente de la courbe contrainte-déformation [8,9], il est nécessaire, pour avoir une valeur optimale du module E de supposer que la contrainte totale σ ne doit pas dépasser la limite d'élasticité R_e du matériau. Cette approximation permet également de rester dans la zone des déformations élastiques. On pose donc :

$$\sigma = R_e \quad (24)$$

En considérant les relations (23) et (24), la relation (22) devient:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} (R_e - E_0 \alpha \Delta T) \quad (25)$$

Soit :

$$E = \frac{(R_e - E_0 \alpha \Delta T)}{\varepsilon} \quad (26)$$

On suppose que à la température T_0 , $E = E_0$. Et $\varepsilon^{thermique} = \alpha \Delta T = 0$. Avec cette hypothèse, nous obtenons:

$$\varepsilon = \frac{R_e}{E} \quad (27)$$

Les relations (26) et (27) conduisent alors à l'équation:

$$E = E_0 \frac{(R_e - E_0 \alpha \Delta T)}{R_e} \quad (28)$$

La relation (28) permet de calculer théoriquement le module d'Young d'un matériau en fonction de la température. Nous l'utiliserons pour la détermination du module d'élasticité de deux matériaux à diverses températures.

2- Application du modèle

Dans nos simulations, nous allons prendre une résine d'époxyde dont le module d'Young à la température ambiante T_0 vaut $E_0 = 3.5 \text{ Gpa}$ [6] et dont le coefficient de dilatation et la limite d'élasticité valent

respectivement $\alpha_{epoxy} = 9.10^{-5}K^{-1}$ et $R_e = 130Mpa$ [12, 13, 14]. Et comme renfort, des fibres de verre dont le module d'Young à la température ambiante T_0 vaut $E_0 = 70 Gpa$ [11] et dont le coefficient de dilatation et la limite d'élasticité valent respectivement $\alpha_{verre} = 5.10^{-5}K^{-1}$ et $R_e = 3400Mpa$ [15,17]. Nous prenons $T_0 = 300K$.

3- Résultats et discussion

3-1 Résultats

Nous avons choisi de présenter nos résultats sous forme de graphes, pour bien montrer l'évolution des caractéristiques mécaniques en fonction de la température et de la fraction volumique. Avant d'évaluer les caractéristiques du matériau composite, nous allons d'abord estimer les caractéristiques de chaque matériau pris séparément. S'agissant du verre ses caractéristiques données au paragraphe précédent restent pratiquement indépendantes de la température [11]. Nous n'aurons donc pas besoin de ce fait d'utiliser notre modèle pour la détermination du module d'Young du verre en fonction de la température. Quant à la résine époxyde l'application du modèle nous a donné la figure 1 suivante.

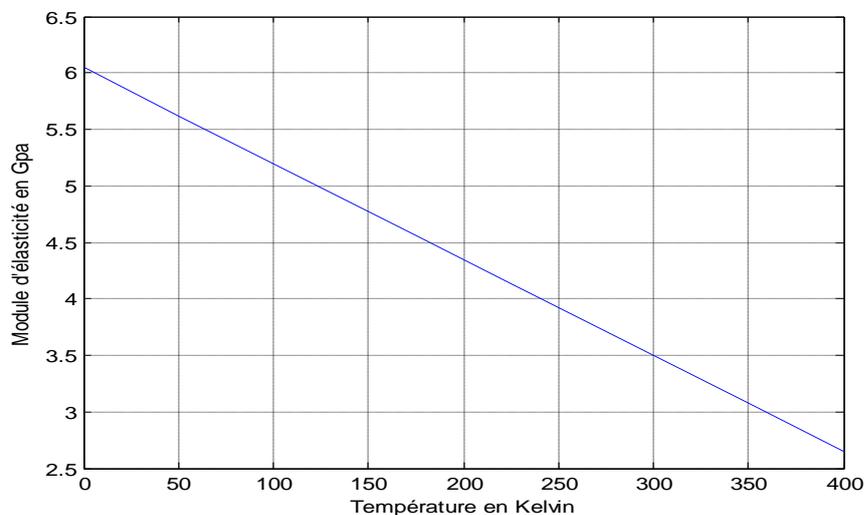


Figure 2 : Variation du module d'Young de l'époxyde en fonction de la température.

En appliquant cette fois, les expressions obtenues à partir des modèles de Voigt et de Reuss on a pu calculer le module d'Young équivalent du composite époxyde+verre en fonction de la fraction volumique. Les figures 2 et 3 suivantes où sont présentées leurs variations en fonction de la température et de la fraction volumique :

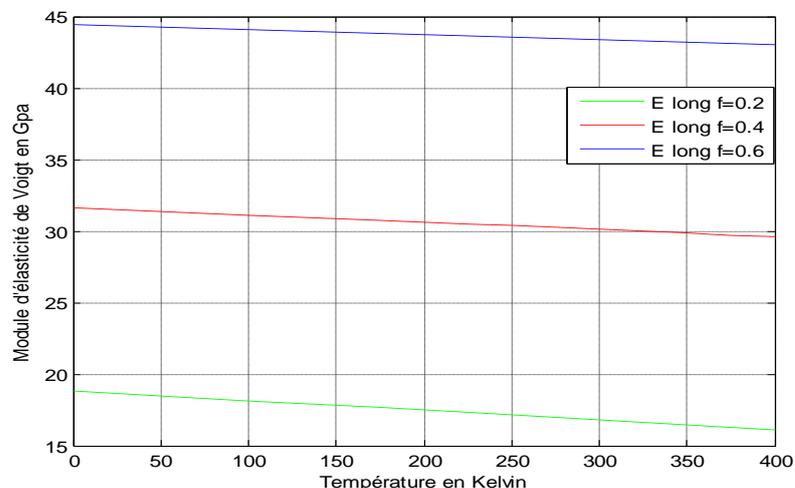


Figure 3 : Variation du module d'Young de Voigt du composite en fonction de la température et de la fraction volumique.

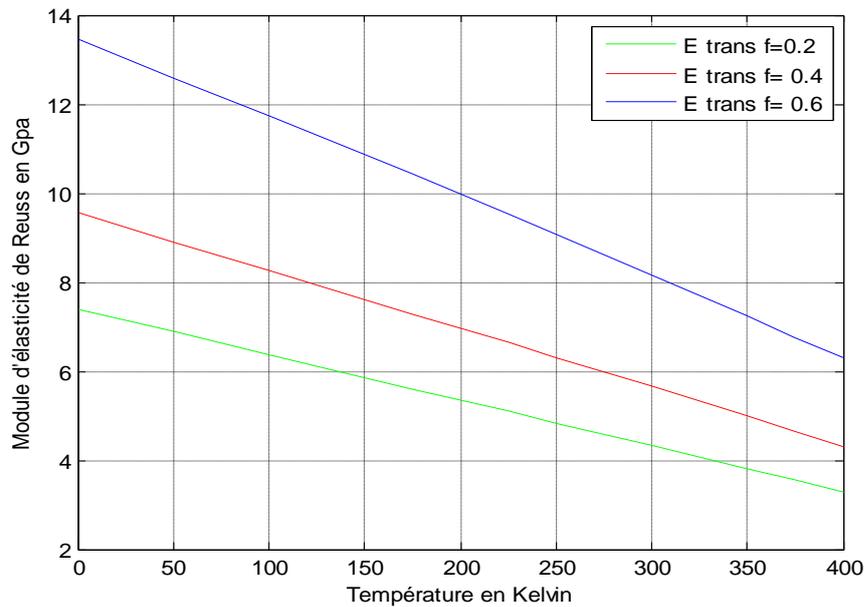


Figure 4: Variation du module d'Young de Reuss du composite en fonction de la température et de la fraction volumique.

Nous avons aussi évalué le module d'élasticité équivalent du composite en fonction de la fraction volumique pour certaines des valeurs de la température indiquées sur la figure 4. Cela permet d'observer la variation de ce module en fonction de la fraction volumique. Nous ne l'avons fait que pour le module d'Young de Voigt. Nous avons obtenu l'abaque suivant :

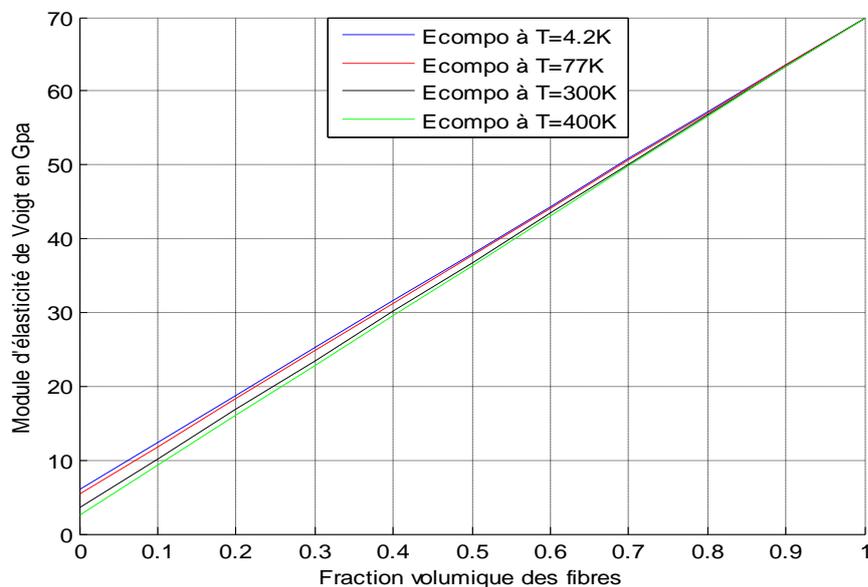


Figure 5: Module d'élasticité du composite en fonction de la fraction volumique.

3-2 Discussion

D'après les figures 2, 3, 4 et 5 et conformément aux résultats de la littérature [8,10], le module d'Young d'un matériau diminue avec la température. Car, l'agitation thermique, en provoquant un éloignement des atomes, relâche l'intensité des liaisons interatomiques; donc toute élévation (respectivement toute diminution) de la température, se traduit donc par une décroissance (respectivement croissance) sensible de la rigidité élastique des matériaux et par conséquent du module d'Young E [12]. En outre il est montré que cette variation du

module d'élasticité est en générale linéaire dans la zone élastique du matériau [9]. Nos résultats sont donc bien en concordance avec les données expérimentales.

En ce qui concerne la fraction volumique, selon nos résultats, le module d'Young du composite a tendance à augmenter avec la fraction volumique des renforts. Par exemple à la température ambiante, le module d'Young du composite en GPa vaut 16.8, 30.1 et 45.2 respectivement pour des fractions volumique valant 0.2, 0.4 et 0.6. Donc plus un composite a de renfort, plus ses caractéristiques sont améliorées.

Dans les tableaux 1 et 2, nous présentons certaines valeurs du module de Young de l'époxyde et du matériau composite époxy+verre.

Tableau 1 : Valeurs du module d'Young de l'époxyde en fonction de la température.

Température (K)	Module expérimental (Gpa) [11]	Module numérique (Gpa)	Erreur relative
245	4.155	3.966	4.42%
200	4.731	4.348	8.01%
115	5.848	5.069	13.32%
77	6.36	5.39	15%
4.2	7.32	6	18%

Tableau 2 : Valeurs du module d'Young du composite en fonction de la température.

Température (K)	f	Module expérimental (Gpa) [15,16]	Module numérique (Gpa)	Erreur relative
4.2	0.6	45	44.40	1.33%
77	0.6	44	44.16	0.36%
300	0.6	46	45.2	1.74%

Pour le tableau 1, nous avons comparé nos résultats à ceux des auteurs de la référence [15]. Nous constatons que pour des températures inférieures à 200K, l'erreur relative est inférieure à 10% et pour des températures plus grandes, l'erreur dépasse 10% mais reste inférieure à 20%. Ces différences peuvent être attribuées à un comportement non linéaire de l'époxyde avec l'augmentation de la température, un comportement dont ne prend pas en compte notre modèle.

En ce qui concerne le tableau 2, l'erreur entre nos valeurs et les résultats expérimentaux est inférieure à 2%. Ceci s'explique par le fait que les caractéristiques mécaniques des matériaux composites sont globalement élastiques, et comme notre modèle est basé sur des hypothèses de linéarité et d'élasticité, il donne des résultats satisfaisants pour le comportement du matériau homogénéisé obtenu.

4- Conclusion

Dans ce travail, nous avons modélisé la variation du module d'Young d'un matériau en fonction de la température pour les renforts et le matériau composite. Pour l'époxyde, nous avons constaté que le module d'Young diminue avec la température. Ce module étant lié à la rigidité du matériau, on peut donc conclure que l'augmentation de la température dans un matériau a pour effet de le fragiliser.

Nous avons aussi réalisé que le module d'Young du composite augmente avec la fraction volumique et tend vers le module de la fibre. Donc, pour améliorer les caractéristiques du composite il est indiqué de commencer par améliorer celles de la fibre.

Références

1. Mounika, M., Ramaniah, K., Ratna, P. A.V., Mohana, R. K., Hema, C. R., *J. Mater. Environ. Sci.* 3 (6) (2012) 1109-1116.

2. Amelia, T., Marco, I., Blanca, C. M., Feli, L., Cabrero, M. A., Chomon, J. M., *J. analyt. Pyro.*, 58-59 (2000) 189-203.
3. Voigt, W., *Wied Ann Mech*, Vol 38, (1889) 573–587.
4. Reuss, A., *Math, Mech*, Vol 9. (1929) 49.
5. Collard, C., Benzineb, T., Patoor, E., Bensalah, O. M., *Mater. Sci. Eng.*, A, 481-482, (2008) 366-370.
6. Dour, G., Durand, F. Bréch, Y., *Mater. Sci. Eng.* 5, (1997) 275-288.
7. Chomel, P., *Tech Ing*, BM5-012, (2012) 36.
8. Michel, D., *Aide-mémoire science des matériaux, Dunod, Paris* (2004) 89-130.
9. Zhonghao, J., Xianli ; L., Hanzhuo, Z., Guangyue, L., Jianshe, L., *Comp. Sci. Tech.*, Volume 65, (2005) 1176-1194.
10. Namiko, Y., Guzman, R. V., Wardle, B. L., *Comp. Sci. Tech.*, Volume 72, (2012) 1961-2032.
11. Berthelot, J., *TEC-DOC/Lavoisier*, (4° Ed), (2005) 645
12. Gutierrez, J., Le Lay, F., *Face au risque*, CNPP, n°338 (1997) 16-24.
13. Greene, F., *US coast guard Ship structure committee*, SSC 360 (1990) 292.
14. Negrier, A., Rigal, J.C., *Tech Ing*, A 7 790, (1991) 19.
15. Hartwig, G., Knaak, S., *Cryogenics*, 24/11 (1984) 639–647.
16. Mili, F., Lekrine, A., Bouyaya, L., Bourouis, F., *Rev. Sci. Fond. Appl.*, Vol 2 N° 1 (2010) 23-34.
17. Biron, M., *Elsevier, Ltd*, (2004) 501.

(2013) ; <http://www.jmaterenvironsci.com>